

## Autonomie de fonctionnement d'une brosse à dents électrique (sans recharge)

### Doc 1 :

Le problème d'autonomie énergétique conditionne l'évolution des produits de consommation électriques courants. On va prendre l'exemple d'une brosse à dent électrique (moins complexe qu'un smartphone... ). Les offres des industriels se portent, suivant le prix du produit, vers l'utilisation de piles ou d'accumulateurs. Les brosses à dents destinée aux enfants peuvent être de conception simple : un moteur entraîne une brosse en rotation. Les modèles, les moins coûteux, utilisent 2 piles type AAA. Les brosettes, dans ce cas, sont fixes, impossibles à changer. Les modèles plus sophistiqués (et plus chers) fonctionnent avec des accumulateurs, qui sont rechargeables.



De manière à les rendre plus efficaces, les brosses à dents électrique, sont pour certaines, gérées automatiquement : le temps de brossage est calibré sur une durée de 2 mn, la pression exercée sur les dents par la brosse (tournant à une fréquence de 8000 tours/mn) est contrôlée par un capteur. De multiples modes de brossage sont proposés mais modifie peu la consommation d'énergie nécessaire, le moteur se comportant globalement comme une résistance de 6 à 7 Ω.

<https://lajoliemaison.fr/comparatif/la-meilleure-brosse-dents-electrique-pour-enfant/> + <https://www.lereviewer.com/brosse-a-dent-electrique/oral-b-genius-9000-n/>

### Doc 2 :

Pour une brosse à dents électrique, l'«énergie électrique» peut être fournie par :

une pile alcaline de 1,5 V (non rechargeable) ou par un accumulateur - batterie de 1,2 V (pile rechargeable). Ce sont des convertisseurs d'énergie chimique (stockable) en «énergie électrique» (seulement transférable).

La taille de ces générateurs doit rester mesurée afin de pouvoir être contenue dans le manche de la brosse. A raison de 3 brossages par jour (de 2 mn de durée), l'autonomie peut atteindre 3 semaines ... au dire du fabricant.

Capacité des batteries ou piles : la capacité nominale, représentée par la lettre Q, s'exprime en milliAmpères.heure - notée mAh - et représente la charge électrique qu'une batterie (initialement complètement chargée) peut restituer au cours de sa décharge complète. Par exemple, une batterie de 2000 mAh pourrait théoriquement alimenter un appareil qui consomme : 100 mA pendant 20 h, ou 200 mA pendant 10 h et ainsi de suite.

En réalité, dès que la décharge (de la capacité nominale) a atteint 80% à 90 %, l'énergie n'est plus suffisante pour permettre le fonctionnement de l'appareil électrique branché, il faut recharger l'accumulateur.

## En bleu : l'essentiel à retenir

### Doc 3 :

Contrairement aux sources idéales de tension - à gauche sur la Fig.1- qui maintiennent leur tension constante et égale à E quelque soit l'intensité fournie I (débitée) à l'appareil branché dessus, l'expérience montre que la tension  $U_g$  aux bornes de la plupart des générateurs réels (de tension continue, comme une pile) décroît quand l'intensité débitée I augmente. La courbe, où on porte la tension U en ordonnée et l'intensité débitée I en abscisse, est appelée caractéristique.

Pour un générateur réel :

On constate en première approximation que :  $U_g = E - r \cdot I$ , ce que justifie le modèle de la figure de droite (voir la Fig.2), où E (exprimée en V) représente l'ordonnée à l'origine et r (exprimée en Ω) la valeur du coefficient directeur.

E (appelée aussi tension à vide) représente la tension due aux réactions chimiques à l'intérieur de la pile.

r, appelée résistance interne de la pile, ne peut être enlevée, elle convertit toute l'énergie électrique en énergie thermique

Le générateur de tension continue réel, comme une pile, peut alors être schématisé par un générateur de tension continue idéal associé en série avec une résistance - à droite sur la Fig.1.

<http://arsene.perez-mas.pagesperso-orange.fr/physique/electricite/cinetique/Cinetique009.htm>

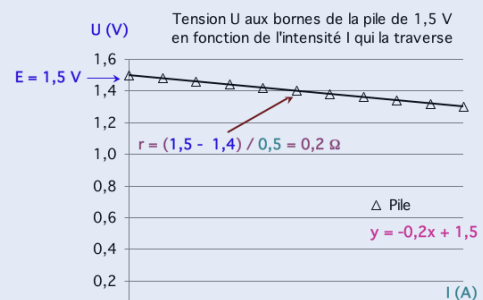
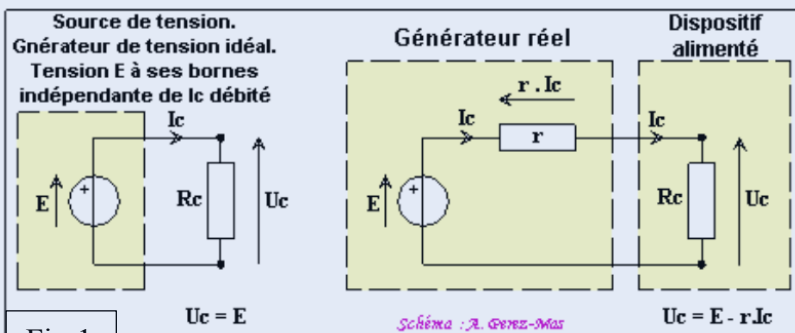


Fig 1

Fig 2

**Doc 4** : Point de fonctionnement : Lorsqu'on branche un générateur à un récepteur, les 2 s'accordent sur un couple de fonctionnement ( $U_F, I_F$ ) correspondant à une tension électrique  $U_F$  et une intensité  $I_F$  bien particulière. La caractéristique d'un dipôle représente tous les points de fonctionnements possibles.

Exemple Fig 3 : En **bleu** : Caractéristique du moteur de la brosse à dents  
Ou Tension électrique  $U$  en fonction de l'intensité débitée  $I$ .

En **rouge** : Caractéristique d'un générateur de tension continue, constitué de 2 piles AAA de 1,5 V en série.

Le point de fonctionnement dans le cas du branchement de ce générateur sur le moteur correspond au point d'intersection et se fixe à aux valeurs :

$U_F = 2,70 \text{ V}$  et  $I_F = 0,40 \text{ A}$

2) a) **Trouver le point de fonctionnement** ( $U_F, I_F$ ) (en utilisant la Fig 3 du Doc 4) définissant la puissance électrique consommée lorsqu'on branche le moteur aux bornes du générateur de tension réel :

- constitué d'une pile AAA de 1,5 V :

$U_{F1} = 1,30 \text{ V}$  et  $I_{F1} = 0,30 \text{ A}$

Si on ne dispose pas de la caractéristique mais de la valeur de la résistance interne  $r$  et de l'intensité  $I_F$ , on retrouve :

$U_{F1} = U_{\text{elec moteur}} = E_1 - r * I_{F1}$   
 $= 1,50 - (0,69 * 0,30) = 1,30 \text{ V}$

- constitué de l'association en série de 2 accumulateurs de 1,2 V :

$U_{F2} = 2,3 \text{ V}$  et  $I_{F2} = 0,38 \text{ A}$

2) b) Déterminer, dans chacun des cas :

- la puissance électrique utile fournie :

La puissance électrique récupérée par le moteur alimentée par une pile AAA de 1,5 V est :

$P(\text{elec utile}) = U_{F1} * I_{F1} = 1,30 * 0,30 = 0,39 \text{ W}$

La puissance électrique récupérée par le moteur alimentée l'association en série de 2 accu de 1,2 V est :

$P(\text{elec utile}) = U_{F2} * I_{F2} = 2,3 * 0,38 = 0,87 \text{ W}$  (voir flèches en noir)

- la puissance chimique fournie :

- pour la pile AAA de 1,5 V :  $P_{\text{chim}} = E * I_{F1} = 1,5 * 0,30 = 0,45 \text{ W}$

**La puissance (électrique) fournie par la réaction chimique (d'oxydoréduction) ayant lieu dans la pile correspond à l'énergie (et à la puissance) d'origine chimique disponible.**

Si la pile était un générateur de tension idéal, la puissance (électrique) disponible pour le moteur correspondrait à la puissance chimique disponible fournie par la réaction chimique :  $P_{\text{chim}} = E * I_F$

La caractéristique du générateur serait une droite horizontale et la pile fournirait toujours la même tension  $E$ , quelque soit le courant demandé par le moteur ! (trait pointillé violet)

La puissance (électrique) disponible (ou utile) pour le moteur est amputée par la chute de tension due à la résistance interne de la pile :  $U_r = 1,50 - 1,30 = 0,2 \text{ V}$

- pour l'association en série de 2 piles accumulateurs de 1,2 V :  $P_{\text{chim}} = E * I_{F2} = 2,5 * 0,38 = 0,95 \text{ W}$

2) c) Déterminer, dans chacun des cas, en 1h, l'énergie chimique fournie et «l'énergie électrique» utile fournie, en W.h puis en J.

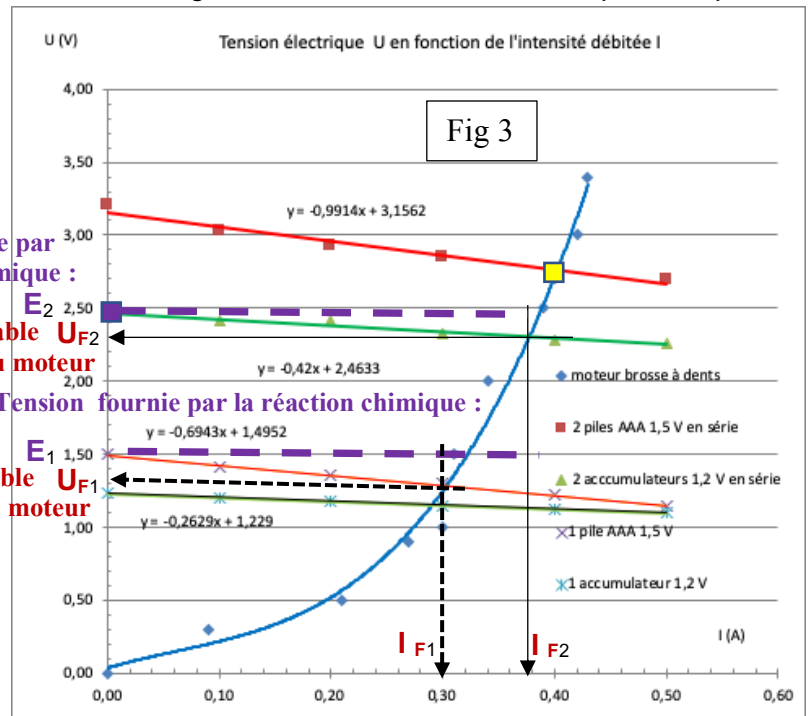
$\Delta E = P * \Delta t$

$\frac{\text{W.h}}{\text{J}} = \frac{\text{W} \cdot \text{h}}{\text{W} \cdot \text{s}}$

- pour la pile AAA de 1,5 V :

$\Delta E_{\text{elec chimique}} = P_{\text{chim}} * \Delta t = 0,45 * 1,0 = 0,45 \text{ W.h} = 0,45 * 3600 = 1620 \text{ W.s} = 1620 \text{ J}$

$\Delta E_{\text{elec moteur}} = P_{\text{elec moteur}} * \Delta t = 0,39 * 1,0 = 0,39 \text{ W.h} = 0,39 * 3600 = 1404 \text{ W.s} = 1403 \text{ J}$



- pour l'association en série de 2 piles accumulateurs de 1,2 V :

$$\Delta E_{\text{elec chimique } 2} = P_{\text{chim } 2} * \Delta t = 0,95 * 1,0 = 0,95 \text{ W.h} = 0,95 * 3600 = 3340 \text{ W.s} = 3420 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{elec moteur } 2} = P_{\text{elec moteur } 2} * \Delta t = 0,87 * 1,0 = 0,87 \text{ W.h} = 0,87 * 3600 = 3132 \text{ W.s} = 3132 \text{ J}$$

2) d) Déterminer, dans chacun des cas, en 1h, le rendement énergétique (fournie / utile) :  $\eta$  (lettre éta en grec),

- pour la pile AAA de 1,5 V :

$$\eta = \Delta E_{\text{(utile)}} / \Delta E_{\text{(initiale source)}} = \Delta E_{\text{(elec moteur)}} / \Delta E_{\text{(chim)}} \text{ dans ce cas}$$

$$= (P_{\text{(elec moteur)}} * \Delta t) / (P_{\text{(chim)}} * \Delta t)$$

$$= P_{\text{(elec moteur)}} / P_{\text{(chim)}}$$

$$\eta_1 = 0,39 / 0,45 = 0,87 = 87\%$$

Si les puissances fournies et consommées sont constantes (au cours du temps), le rendement énergétique peut aussi être déterminé par le rapport des puissances concernées.

Remarque :  $\eta = (U_F * I_F * \Delta t) / (E * I_F * \Delta t) = U_F / E = 1,30 / 1,5 = 0,87 = 87\%$

Si les puissances et intensités fournies et consommées sont constantes (au cours du temps), le rendement énergétique peut aussi être déterminé par le rapport des tensions électriques concernées.

- pour l'association en série de 2 piles accumulateurs de 1,2 V :

$$\eta_2 = P_{\text{(elec moteur)}_2} / P_{\text{(chim)}_2} = 0,87 / 0,95 = 0,91 = 91\%$$

On remarque que le rendement de conversion énergétique faisant intervenir un dipôle électrique est très élevé, pouvant atteindre 90 % (comparée à celle d'un moteur thermique automobile dont le rendement est de l'ordre de 40 % max, le rendement moyen aux roues atteignant, lui, seulement 20 %)

2) e) Sachant que le moteur commence à tourner au-delà d'une tension de 1,6 V : la brosse à dents fonctionne-t-elle dans chacun des cas ?

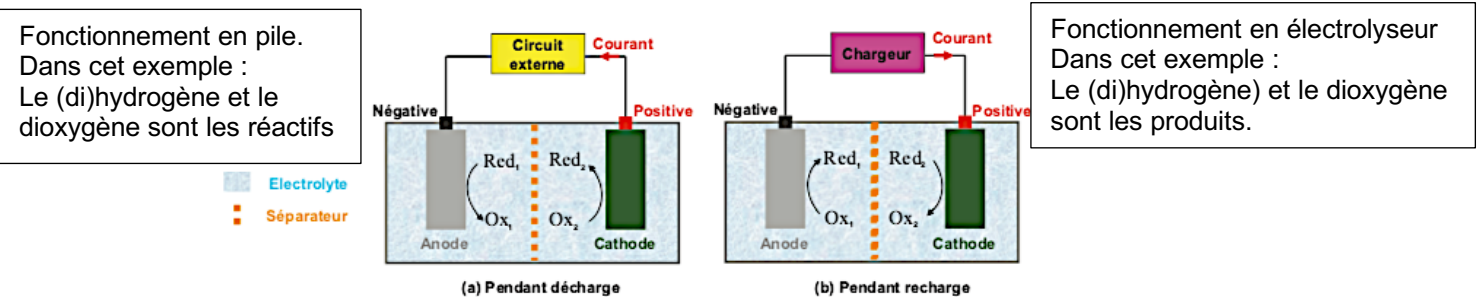
Avec une pile AAA de 1,5 V : (qui ne pourra fournir 1.6 V) le moteur ne peut tourner ! Il faut 2 piles (ou 2 accumulateurs) en série.

2) f) Sachant que le moteur fonctionne, en moyenne, sous une intensité de 300 mA, la valeur de la capacité de l'accumulateur donnée par le fabricant étant Q = 800 mAh, combien de brossage de 2mn sont réalisables ?

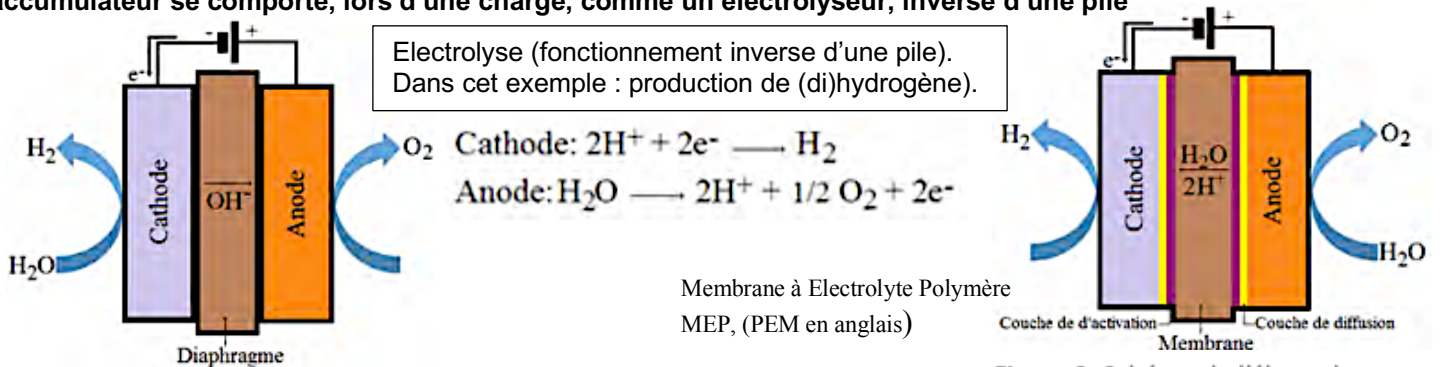
$$Q = I * \Delta t = 800 \text{ mAh or } I = 300 \text{ mA soit } \Delta t = Q / I = 800 / 300 = 2,67 \text{ h}$$

A raison d'un brossage de 2 mn = (1 / 30) h, le nombre de brossage ainsi réalisables est : N = 2,67 / (1/30) N = 2,67 \* 30 = 80. Pour 2 brossages / jour, les piles ne sont plus utilisables au bout de 40 jours soit 1,5 mois !

### Le cas de la recharge d'un accumulateur



Au niveau de la classe de 1ère, on va fortement simplifier la réalité et admettre (ce qui n'est pas le cas) que l'accumulateur se comporte, lors d'une charge, comme un électrolyseur, inverse d'une pile



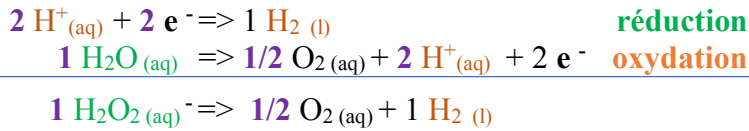
L'électrolyse alcaline utilise une solution aqueuse de 20 % à 30 % de KOH ou de NaOH (hydroxyde de potassium ou de sodium) en tant que milieu conducteur ionique. La réduction des des ions H<sup>+</sup> de la solution alcaline au niveau de la cathode permet la production du dihydrogène (H<sub>2</sub>) et des ions hydroxyle (OH<sup>-</sup>) qui traversent le diaphragme pour atteindre l'anode.

L'électrolyse PEM, est une technologie basée sur une membrane polymère mince, solide et conductrice d'ions. Cette membrane permet le transfert d'ions H<sup>+</sup> de l'anode vers la cathode. Le dihydrogène est produit au niveau de la cathode et le dioxygène au niveau de l'anode.

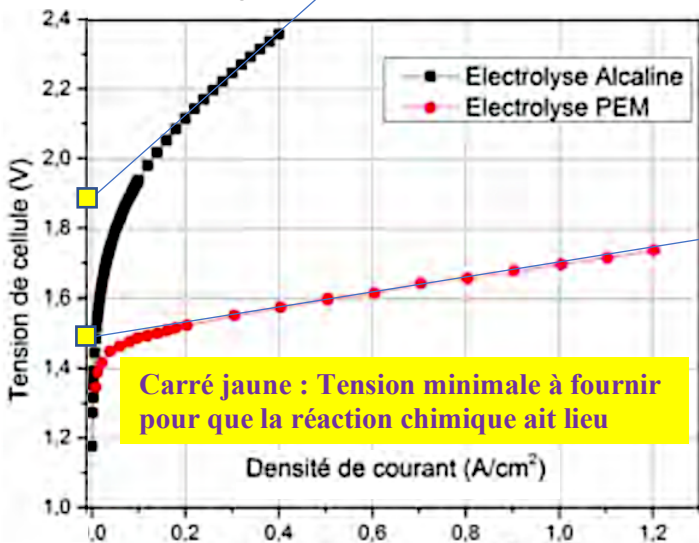
**Le rendement élevé des électrolyseurs PEM nécessite des matériaux coûteux, ce qui est un défi devant leur commercialisation à grande échelle.**

**Les ½ équations électroniques sont identiques pour les 2 électrolyses (alcalines ou PEM)**

3) a) Ecrire l'équation chimique globale qui a lieu lors de l'électrolyse (production de dihydrogène) :



3) b) Quelle est, en bonne approximation, la relation entre la tension aux bornes de l'électrolyseur U<sub>e</sub> et l'intensité I qui le traverse, dans le cas de l'électrolyse PEM ? On assimilera la courbe à la droite représentée par les points (noirs ou rouges). On écrira l'équation de cette droite et on donnera un sens physique à l'ordonnée à l'origine E' et au coefficient directeur r'.



La caractéristique d'un électrolyseur a pour équation :  $U(\text{électrolyseur}) = E' + r' \cdot I$

La tension E' correspond à la tension nécessaire pour que la réaction chimique d'oxydoréduction ait lieu. r' est la résistance interne de l'électrolyseur

Dans le cas de l'électrolyse de l'eau :

Alcaline :  $U(\text{électrolyseur}) \approx 1,9 + 1,25 \cdot I$

PEM :  $U(\text{électrolyseur}) \approx 1,5 + 0,20 \cdot I$

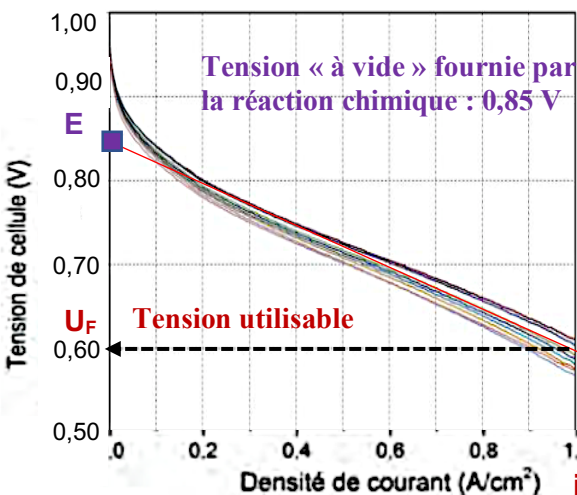
$$\eta = \frac{\Delta E (\text{utile})}{\Delta E (\text{initiale source})} = \frac{\Delta E (\text{chim})}{\Delta E (\text{elec})} \text{ dans ce cas}$$

$$\eta = \frac{\Delta E (\text{chim})}{\Delta E (\text{elec})} = \frac{P(\text{chim})}{P(\text{elec})} = \frac{E' \cdot I}{(E' \cdot I + r' \cdot I^2)} = \eta = \frac{E'}{(E' + r' \cdot I)} \text{ pour l'électrolyse (équivalent de la charge de la pile)}$$

Pour une tension imposée de 2,1 V :

Pour l'électrolyse Alcaline :  $\eta = 1,9 / 2,1 = 0,90 = 90 \%$ , la densité de courant sera de 0,2 A/cm<sup>2</sup>

Pour l'électrolyse PEM :  $\eta = 1,5 / 2,1 = 0,71 = 71 \%$  mais la densité de courant va être de 3 A/cm<sup>2</sup>



Pour la décharge de la pile à hydrogène (identique) :

$$\eta = \frac{\Delta E (\text{elec})}{\Delta E (\text{chim})} = \eta = \frac{EI - r \cdot I^2}{(E \cdot I)}$$

$$\eta = (E - r \cdot I) / E$$

**On remarque que lors de la décharge, la tension à vide (voisine de 0,85 V) est loin de 1,5 V (ou 1,9 V) utilisée pour la charge !**

Pour une densité de courant sera de 1 A/cm<sup>2</sup>

Pour une surface d'électrode de 1 cm<sup>2</sup> alors I<sub>F</sub> = 1A

$$\eta = 0,60 / 0,85 = 0,70 = 70 \%$$

Source : Bulletin des Energies Renouvelables N°48-2019

Remarque : <http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/hydrogene/s-2359-comparatif-du-rendement-entre-hydrogene-et-batterie-lithium.php>

<https://www.lemondedelenergie.com/hydrogene-passerelle-reseaux-electriques-et-gaziers/2019/10/11/>

<https://www.hyundai.fr/gamme/vehicules-hybrides-electriques-suv/nexo/decouvrir#> (Aller sur technologie et prendre l'ascenseur vers le bas)

*La caractéristique d'une pile est modifiée suivant son ancienneté. Plus la pile « vieillit » plus la résistance interne augmente*